

Калибровка интерферометра

Для калибровки интерферометра необходимо найти связь между смещением интерференционных полос и временным сигналом, снимаемым с фотодетектора, по которому циклически движутся полосы.

Рассмотрим интерференционные полосы равной толщины. Пусть интерферометр настроен так, что среднее положение фотодетектора в плоскости интерференционной картины характеризуется координатой x_n (рис.1). Полосы смещаются относительно этого положения вправо и влево с амплитудой A_0 и частотой $\omega = 2\pi\nu$:

$$x(t) = x_n + A_0 \cos \omega t. \quad (1)$$

Распределение интенсивности в плоскости $PD2$ имеет вид (Fig.2a)

$$I(x) = \frac{1}{2} [I_0 + I_T + (I_0 - I_T) \cos(\Omega x + \delta)], \quad (2)$$

где I_0, I_T - интенсивности интерференционных полос в максимуме и минимуме, $\Omega = 2\pi/x_p$ - пространственная частота полос, x_p - ширина полосы, $\delta = \Omega \Delta x = \frac{2\pi \Delta x}{x_p}$ - относительный сдвиг

интерференционной картины, вызванный эффектом увлечения света, в радианах, Δx - абсолютный сдвиг интерференционной картины.

Сдвиг интерференционной картины вследствие продольного эффекта Физо [1]

$$\Delta_0 = \frac{\Delta x}{x_p} = \frac{2l \beta_{2n} (n^2 - 1)}{\lambda (1 - n^2 \beta_{2n}^2)}. \quad (3)$$

где $\beta_{2n} = V_{2n}/c = 0$, V_{2n} - проекция скорости среды на волновой вектор, c - скорость света в вакууме. Сдвиг картины с учетом поперечного эффекта увлечения

$$\Delta_{\Sigma}^{\pm} = (1 \pm \rho) \Delta_0. \quad (4)$$

Здесь параметр

$$\rho(n_2, \vartheta_0) = \frac{n_2 - 1}{n_2} \operatorname{tg} \vartheta_2 = \frac{n_2 - 1}{n_2} \frac{\sin^2 \vartheta_0}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \vartheta_0}} \quad (5)$$

Знак определяется схемой интерферометра. Для выбранной схемы интерферометра продольный и поперечный эффекты увлечения имеют разные направления, поэтому выбираем знак «-» и получаем $\Delta_{\Sigma}^- = 0,017...0,024$ для диапазона скоростей ОД $\nu = 250...350 \text{ Hz}$.

Оценка вариаций смещения полос в интерферометре при повороте интерферометра в пространстве с $\beta \cong 2,3 \times 10^{-3}$ дает порядок величины $d\Delta = 2\beta \Delta_{\Sigma}^- = (0,78...1,10) \times 10^{-4}$ (полосы) без учета влияния дисперсии в движущейся среде [2]. Следовательно, необходимым уровнем чувствительности является $d\Delta \approx 3 \times 10^{-5}$.

Временная зависимость сигнала с компактного, безинерционного фотодетектора имеет вид (Рис.1b)

$$I(t) = \frac{1}{2} [I_0 + I_T + (I_0 - I_T) \cos(\Omega(x_n + A_0 \cos \omega t) + \delta)]. \quad (6)$$

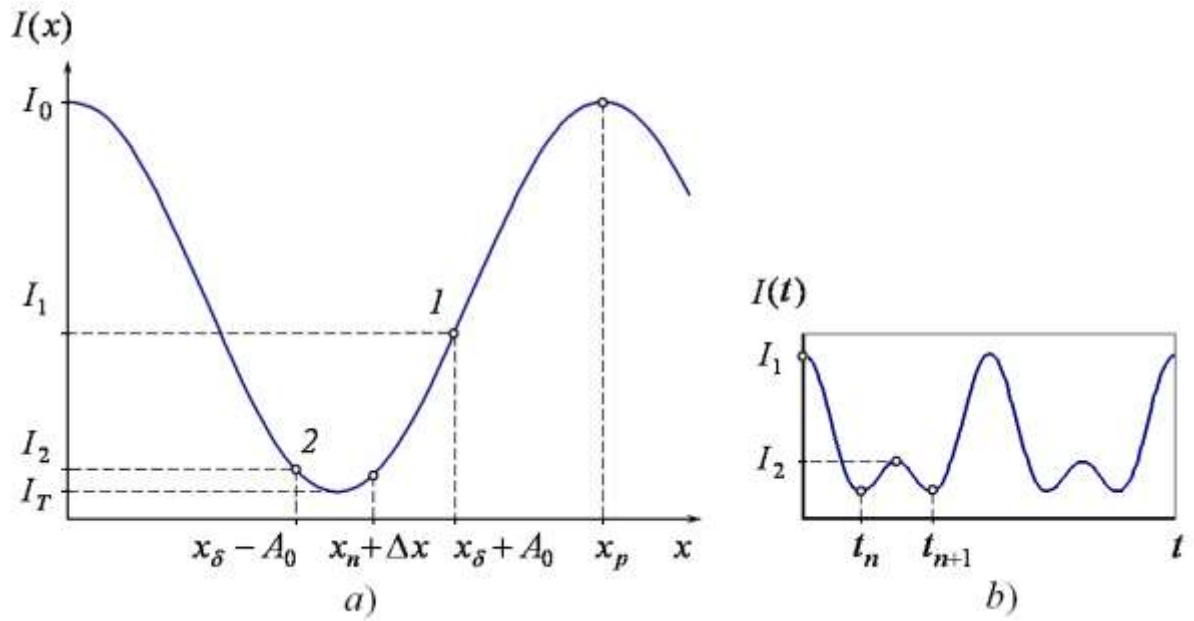


Рис. 1. Зависимость интенсивности интерференционной полосы от координаты $I(x)$ (а) и зависимость интенсивности на фотодетекторе от времени $I(t)$ (б).

Полезным сигналом является интервал между соседними минимумами $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, величина которого зависит от скорости вращения ОД, в том числе и от Δx .

Для координат темных полос (fig. 1b) из уравнения $\frac{dI}{dt} = 0$ получаем

$$t_n = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_n \Omega + \delta - \pi n}{\Omega A_0}, \quad t_{n+1} = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_n \Omega + \delta - \pi(n+1)}{\Omega A_0}. \quad (7)$$

Интервал Δt зависит от периода вращения ОД, поэтому находим его нормированное на период T значение

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \arccos \frac{x_n \Omega + \delta - \pi(n+1)}{\Omega A_0} - \arccos \frac{x_n \Omega + \delta - \pi n}{\Omega A_0} \right\}. \quad (8)$$

Найдем производную от данного выражения по δ :

$$\frac{d}{d\delta} \left(\frac{\Delta t}{T} \right) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{A_0^2 - (x_n + \Delta x - x_p n/2)^2} - \sqrt{A_0^2 - (x_n + \Delta x - x_p (n+1)/2)^2}}{\sqrt{A_0^2 - (x_n + \Delta x - x_p (n+1)/2)^2} \sqrt{A_0^2 - (x_n + \Delta x - x_p n/2)^2}} \quad (9)$$

Данное выражение определяет чувствительность интерферометра к смещению полос. Действительно, при смещении полос на величину $d\delta$ вариация временного сигнала $d\Delta t/T$ будет максимальной при выполнении любого из условий

$$A_0 = x_n + \Delta x - x_p n/2, \quad A_0 = x_n + \Delta x - x_p (n+1)/2. \quad (10)$$

Пусть $n = 1$, введем обозначения $x_n + \Delta x = x_\delta$, $\tilde{A}_0 = \frac{A_0}{x_p}$, $\tilde{x}_\delta = \frac{x_\delta}{x_p}$.

Тогда (6) можно переписать

$$\frac{d}{d\delta} \left(\frac{\Delta t}{T} \right) = \frac{\sqrt{4\tilde{A}_0^2 - (2\tilde{x}_\delta - 1)^2} - 2\sqrt{\tilde{A}_0^2 - \tilde{x}_\delta^2}}{2\sqrt{(4\tilde{A}_0^2 - (2\tilde{x}_\delta - 1)^2)(\tilde{A}_0^2 - \tilde{x}_\delta^2)}}. \quad (11)$$

Пусть $4\tilde{A}_0^2 - (2\tilde{x}_\delta - 1)^2 = \tilde{d}^2$, где $|\tilde{d}|$ - мало,

$$\frac{d}{d\Delta} \left(\frac{\Delta t}{T} \right) = \frac{\sqrt{1 - 4\tilde{x}_\delta + \tilde{d}^2} - \tilde{d}}{\tilde{d}\sqrt{1 - 4\tilde{x}_\delta + \tilde{d}^2}}. \quad (12)$$

Пусть $1 - 4\tilde{x}_\delta \gg \tilde{d}^2$, что нетрудно реализовать, тогда смещение полос можно оценить

$$d\Delta = d \left(\frac{\Delta t}{T} \right) \tilde{d}. \quad (13)$$

Предположим, что минимально обнаружимый искомый сигнал смещения интерференционных полос находится на уровне шума измерения интервала времени Δt . Пусть эта величина известна из эксперимента и равна $d \left(\frac{\Delta t}{T} \right) = 10^{-4}$, пусть настройка интерферометра соответствует $\tilde{d} = 10^{-1}$, тогда полагая, что сигнал превышает шум в 3 раза $S/N = 3$, можно обнаружить сигнал $d\Delta = 3 \times 10^{-5}$ (полосы).

В экспериментах наблюдался шум $d \left(\frac{\Delta t}{T} \right) = (1...7) \times 10^{-4}$. Следовательно, в лучшем эксперименте при $d \left(\frac{\Delta t}{T} \right) = 10^{-4}$ и настройке $\tilde{d} = 10^{-1}$ можно было обнаружить смещение полос $d\Delta = 3 \times 10^{-5}$, вызванное пространственной анизотропией с $\beta \cong 2,3 \times 10^{-3}$.

Литература

- [1]. Gladyshev V., Gladysheva T., Zubarev V. Propagation of electromagnetic waves in complex motion media//Journal of Engineering Mathematics. 2006. V.55. No.1-4, pp.239-254
- [2]. Gladyshev V.O., Gladysheva T.M., Zubarev V.Ye., Podguzov G.V. On possibility of a new 3D experimental test of moving media electrodynamics// Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of International Meeting. – Moscow: BMSTU, 2005. – pp.202-207.