

Нелинейная электродинамика в качестве единой теории поля

А.А. Черницкий

Санкт-Петербургский электротехнический университет,
Россия, 197376, Санкт-Петербург, ул. проф. Попова, 5
aa@cher.etu.spb.ru

1. Введение

Главная идея единой теории поля очень проста и состоит в том, что все многообразие материальных объектов, их поведение и взаимодействия должны описываться решениями единой полевой модели. Таким образом должен реализовываться принцип экономии мышления: из одной, возможно, простой математической модели дедуктивным путем может быть выведено все естественно-научное знание, как уже имеющееся, так и будущее. При относительной предполагаемой простоте исходной модели, очевидно, решение, соответствующее реальному миру чрезвычайно сложно. Элементарным частицам же должны соответствовать уединенные решения полевой модели или солитоны.

Надо сказать, что идея о том чтобы сопоставить материальным частицам пространственно локализованные решения нелинейных полевых уравнений существует достаточно давно. Еще лорд Кельвин в 1867 году предлагал рассматривать атом как вихрь в эфире [1].

Традиционно концепция единой теории поля связывается с именем Альберта Эйнштейна, и именно благодаря ему эта концепция приобрела определенную популярность. А. Эйнштейн, в частности, намеревался обобщением своей теории гравитации получить описание также и электромагнетизма, что и было отчасти реализовано в теории с несимметричной метрикой [2]. Однако это обобщение не привело к реальной реализации концепции единой теории поля. Такая реализация может считаться состоявшейся в рамках некоторой полевой модели если будут получены ее решения соответствующие всем элементарным частицам и правильно будут описаны все их взаимодействия и взаимопревращения.

К поставленной задаче можно подойти и с другой стороны: рассматривать в качестве поля модели электромагнитное поле, подчиняющееся нелинейным уравнениям. Нелинейное обобщение электродинамики предлагалось Г. Ми в 1912 году [3]. В 1934 году М. Борн и Л. Инфельд рассмотрели нелинейную электродинамическую модель [4], следующую из вариационного принципа, предложенного ранее А.С. Эддингтоном в своей книге [5]. А.С. Эддингтон исходил из некоторых геометрических соображений при построении интеграла действия. Надо отметить интересный результат, выделяющий модель Борна-Инфельда, полученный Н.А. Черниковым: в вышеупомянутой теории А. Эйнштейна с несимметричной метрикой электродинамическая часть эквивалентна уравнениям Борна-Инфельда [6]. В последние годы интерес к этой модели чрезвычайно возрос в связи тем, что модель Борна-Инфельда возникает также в теории суперструн [7]. Во всемирно известном электронном архиве научных статей <http://xxx.lanl.gov/> словосочетание "Born-Infeld" может встречаться сейчас среди поступивших статей по несколько раз в месяц. Таким образом, если рассматривать нелинейную электродинамику в качестве единой

теории поля, то наиболее перспективной в настоящее время представляется модель Борна-Инфельда. Недавние результаты, полученные автором, также подтверждают это положение.

Итак, предлагается рассматривать возможность построения единой теории поля на основе нелинейной электродинамики, в качестве конкретной модели исследуя электродинамику Борна-Инфельда.

2. Объединение электромагнетизма и гравитации в нелинейной электродинамике

Конечно, прежде всего желательно убедиться в том, что рассматриваемая модель может в принципе описывать как электромагнитное, так и гравитационное взаимодействия - два известных дальних взаимодействия материальных тел.

Рассмотрим сначала электромагнитное взаимодействие. Описание электромагнитного взаимодействия в нелинейной электродинамике существенно более естественно, чем в классической линейной электродинамике. Как известно, в классической электродинамике электрону сопоставляется пространственно локализованное решение линейных уравнений Максвелла с точечным источником. Это решение имеет бесконечную собственную энергию. Собственно электромагнитное взаимодействие или сила Лоренца, действующая на заряд со стороны внешнего поля, необходимо постулируется. Вообще же в линейной полевой модели без каких-либо дополнительных условий решения обладают свойством суперпозиции: сумма решений также является решением. Если попытаться сопоставить решениям такой модели реальные объекты, то взаимодействие между ними будет отсутствовать. Сила Лоренца в классической электродинамике является дополнительным условием, нарушающим свойство суперпозиции.

Из-за этих двух обстоятельств - бесконечной собственной энергии электрона и необходимости постулирования взаимодействия в линейной полевой модели - страдает красота описания линейной электродинамикой соответствующих аспектов реального мира. Надо сказать, что эти два нежелательные свойства модели переносятся далее в квантовую электродинамику, где только первое уничтожается процедурой перенормировки. Обе указанные проблемы линейной электродинамики естественно решаются в рамках нелинейной электродинамической модели.

В нелинейной электродинамике Борна-Инфельда заряженное частицеподобное решение имеет конечную полную энергию. Оказывается, что целесообразно не нарушать изначальную дуальную инвариантность электродинамической модели и рассматривать наряду с электрическими также и магнитные заряды. Так же как и в линейной электродинамике это решение имеет трехмерную точечную особенность типа "ежа": векторы электромагнитного поля расходятся от нее или сходятся к ней. Собственно эта сингулярность и несет электрический и магнитный заряды. (Электромагнитный потенциал при этом имеет струнную особенность, однако, поскольку у электромагнитного поля особенность точечная, в дальнейшем мы будем по-прежнему говорить только о сингулярных точках.) Соответствующее решение называется дионным. Это решение, очевидно, не может быть сопоставлено с

электроном, поскольку оно имеет магнитный заряд. В следующем разделе будет рассмотрена конфигурация с двумя дионными сингулярностями, которая как раз может являться моделью спиновой частицы, например, электрона. Обобщенная (учитывающая магнитные заряды) сила Лоренца возникает естественно как нелинейный эффект, появляющийся в задаче о движении дионного решения при наличии заданного слабого поля. Таким образом имеется электромагнитное взаимодействие.

Обратимся теперь к возможности описания гравитационного взаимодействия в рамках нелинейной электродинамики. В калибровочно инвариантной нелинейной электродинамике, каковой является и модель Борна-Инфельда, существует эффект индуцированной римановой геометрии. Впервые, по-видимому, обратил на него внимание Е. Плебанский [9] (см. также [10]). Этот эффект прежде всего проявляется в специальном виде характеристического уравнения модели. Как известно, задача о распространении слабой быстроосциллирующей квазиплоской волны на фоне заданного сильного поля дает дисперсионное уравнение для компонент волнового вектора, совпадающее с характеристическим уравнением. Мной было установлено [11], что для модели Борна-Инфельда характеристическое уравнение может быть записано в уникальном виде $(g^{\mu\nu} + T^{\mu\nu}) k_\mu k_\nu = 0$, где $k_\mu = \partial S / \partial x^\mu$, $S(x^\mu) = 0$ - уравнение характеристической поверхности или фазовой поверхности для световой волны, $g^{\mu\nu}$ - метрика пространства Минковского, $T^{\mu\nu}$ - симметричный тензор энергии-импульса модели. Таким образом имеется эффективная риманова метрика $g^{\mu\nu} + T^{\mu\nu}$, аддитивно содержащая тензор энергии-импульса! Фоновое поле, связанное, например с некоторыми массивными объектами, будет индуцировать риманово пространство для распространения световых волн. Причем, как показано в работе [11], искривление всегда будет происходить в сторону увеличения фонового поля, т.е. будет соответствовать притяжению к указанным объектам. Этот эффект выглядит как эффект гравитационного искривления лучей света.

Теперь в качестве рабочей гипотезы предположим, что частицам сопоставляются быстроосциллирующие пространственно локализованные полевые конфигурации, имеющие частоту покоя. Последнее означает, что в некоторой (собственной) системе координат такая конфигурация представляет собой некоторую стоячую волну с амплитудой, спадающей на бесконечности. В классической электродинамике такие конфигурации, выражающиеся через сферические гармоники, хорошо известны. В моей работе [12] показано, что при наличии сильного фонового поля эти волновые пакеты будут двигаться по геодезическим линиям того же эффективного риманова пространства, индуцированного тензором энергии-импульса фонового поля. То есть такой волновой пакет ведет себя как массивная гравитирующая частица.

Таким образом имеются весьма существенные предпосылки для описания гравитации в рамках нелинейной электродинамики Борна-Инфельда.

3. Частица со спином

Рассмотрим решение модели, имеющее две дионные сингулярности с одинаковыми электрическими и противоположными магнитными зарядами. Такое решение называем бидионом [12,13]. В качестве начального приближения бидиона может рассматриваться полевая конфигурация, состоящая из двух

движущихся дионных решений. Рассмотрим случай, когда скорости сингулярностей равны по модулю и направлены противоположно по одной линии. Такая конфигурация обладает замечательным свойством: ее полный угловой момент не зависит ни от расстояния между сингулярностями, ни от их скорости. Причем, это свойство является справедливым для любой калибровочно-инвариантной модели нелинейной электродинамики [14]. Модуль полного углового момента равен удвоенному произведению абсолютных значений электрического и магнитного зарядов сингулярности. Если положить, что полный заряд двухдионной конфигурации равен заряду электрона, а полный угловой момент равен его спину, то получается, что отношение абсолютных значений электрического и магнитного зарядов сингулярности равно постоянной тонкой структуры.

Проведенные для модели Борна-Инфельда расчеты показали [12], что движение сингулярностей в бидионе может быть колебательным. Таким образом имеется быстроосциллирующая полевая конфигурация с постоянным полным угловым моментом. Очевидно, что преобразованиями Лоренца эта конфигурация переводится в движущийся волновой пакет, имеющий частоту покоя и собственный угловой момент. Такой волновой пакет, содержащий сингулярности, будет, очевидно, проявлять как свойства волны, так и свойства частицы. Таким образом имеется полевая конфигурация реально претендующая на роль модели квантовой частицы со спином. В частности, возможно, что удастся бидионами смоделировать лептоны.

4. Нелинейный электродинамический мир:

нелокальность, причинность и интерпретация квантового описания

Итак, имеется нелинейная электродинамическая модель Борна-Инфельда с дионными сингулярностями, отношение электрического и магнитного зарядов которых равно постоянной тонкой структуры. Это единственный безразмерный параметр теории. Некоторое точное решение модели с достаточно большим количеством сингулярностей можно назвать нелинейным электродинамическим миром. Бидионы и их связанные комбинации в этом мире будут играть роль частиц со спином кратным спину электрона. Поскольку постоянная тонкой структуры много меньше единицы, можно построить теорию возмущений по этому параметру. Тем самым имеется аналогия с процедурой теории возмущений квантовой электродинамики.

Классическое электромагнитное взаимодействие, очевидно, будет проявляться на достаточно больших расстояниях между частицами. Наличие эффекта индуцированной римановой геометрии позволяет надеяться на правильное описание в рамках модели также и гравитационного взаимодействия.

Модельная мировая полевая конфигурация является решением нелинейных электродинамических уравнений во всем пространстве-времени и каждая точечная сингулярность имеет определенную траекторию, обеспечивающую удовлетворение точечных граничных условий. При большом количестве частиц (таким, как, например, в реальном мире) задачу нахождения точного решения модели во всем четырехмерном пространстве, по-видимому, рассматривать невозможно, ввиду ее очевидной невообразимой сложности. Реально, можно

пытаться найти некоторые приближенные решения в ограниченной области пространства, пользуясь методом последовательных приближений. Согласно методу, описанному в статье [12], траектории дионных сингулярностей корректируются на каждом итерационном шаге при помощи некоторых интегральных условий. В качестве таких условий используются интегральные законы сохранения, в частности, закон сохранения энергии-импульса.

Использование интегральных условий для получения траекторий сингулярных точек является оправданным, поскольку фактически траектории определяются всей полевой конфигурацией решения модели, а не только полем в непосредственной близости от сингулярной точки. Справедливость последнего положения можно проиллюстрировать пользуясь примером из классической электродинамики, где сингулярностям, правда, отводится более активная роль. Изменение траектории точечного заряда влечет за собой изменение поля во всем пространстве, посредством расходящихся от сингулярности волн. Решение в виде сходящихся (опережающих) волн в классической электродинамике обычно отбрасывается, как антипричинное, т.е. реализующее ситуацию, когда следствие предшествует причине. Это, конечно, является справедливым, если мы рассматриваем изменение траектории как причину, а изменение поля в пространстве как следствие. В рассматриваемой нелинейной электродинамике с сингулярностями дело обстоит иначе. Траектории движения заряженных точечных сингулярностей поля и конфигурация поля в остальном пространстве неразрывно связаны точным решением модели, и нельзя выделять регулярное поле или движение точечных сингулярностей как причину или следствие каких-либо изменений. Возвращаясь к отброшенным сходящимся волнам, надо отметить, что в нелинейной электродинамике с сингулярностями учет их влияния необходим. Причем, это не означает нарушение причинности, а является отражением факта равноправной взаимозависимости траекторий сингулярностей и конфигурации поля в остальном пространстве. В этом случае изменение траектории связано с некоторого типа стоячей волной (суммой расходящейся и сходящейся волн).

Итак, интегральный метод для определения траекторий дионных сингулярностей является нелокальным в принципе. В случае, когда мы можем рассматривать закон сохранения импульса только для области локализации диона, метод дает обобщенную силу Лоренца, действующую на дион со стороны внешнего поля. Однако, в общем случае метод, вследствие своей нелокальности, может дать следующий эффект. Если имеется изменение поля вблизи некоторой точки, удаленной от рассматриваемой траектории сингулярности, можно, тем не менее, получить изменение указанной траектории. Причем, это происходит без распространения какого-либо возмущения от удаленной точки, где имеются изменения поля. Просто интегральный метод определения траектории, приближающий нас к точному решению, дает такой эффект. Само же точное решение в бесконечном пространстве-времени, в принципе, может иметь самые причудливые траектории сингулярностей.

Эта картина похожа на квантовое поведение, когда события в пространственно разделенных точках происходят так, как будто бы между ними существует мгновенное взаимодействие [15]. Такая картина может быть связана со специфическим итерационным путем, по которому мы идем (в наших

вычислениях) к неизвестной мировой полевой конфигурации в пространстве-времени.

5. Заключение

Таким образом нелинейная электродинамика Борна-Инфельда с дионными точечными сингулярностями реально может претендовать на роль единой теории поля. Возможно, что в недалеком будущем мы узнаем веские теоретические и экспериментальные подтверждения фундаментального характера этой нелинейной электродинамики.

Библиография

- [1] W. Thomson. On Vortex Atom. Proc. Roy. Soc. of Edinburg, 18 Febr., 1867.
- [2] A. Einstein and B. Kaufman. A new Form of the General Relativistic Field Equations. Ann. Math., Vol. 62, 1955, 128-138.
- [3] G. Mie. Ann d. Physik B, Vol.37, 511.
- [4] M. Born and L. Infeld, Foundations of the New Field Theory, Proc. Roy. Soc., Vol.144, 425-451 (1934).
- [5] A.S. Eddington, The Mathematical Theory of Relativity, Cambridge (1924).
- [6] Н.А. Черников, Уравнения Борна-Инфельда в единой теории поля Эйнштейна, Проблемы теории гравитации и элементарных частиц, Вып.9, 130-139, Атомиздат, Москва (1978).
- [7] E. Fradkin and A.A. Tseytlin, Non-linear electrodynamics from quantized strings, Phys. Lett. B, Vol.163, 123 (1985).
- [8] A.A. Chernitskii, Nonlinear electrodynamics with singularities (Modernized Born-Infeld electrodynamics), Helv. Phys. Acta, Vol.71, 274-287 (1998); hep-th/9705075.
- [9] J.Plebansky, Lectures on Nonlinear Electrodynamics, Ed. Nordita, Copenhagen (1968).
- [10] M. Novello, V.A. De Lorenci, J.M. Salim, R. Klippert, Geometrical aspects of light propagation in nonlinear electrodynamics, Phys. Rev. D, Vol.61, 045001 (2000); gr-qc/9911085.
- [11] A.A. Chernitskii, Light beams distortion in nonlinear electrodynamics, J. High Energy Phys. 11 (1998) 015; hep-th/9809175.
- [12] A.A. Chernitskii, Dyons and Interactions in Nonlinear (Born-Infeld) Electrodynamics, J. High Energy Phys. 12 (1999) 010; hep-th/9911093.
- [13] A.A. Chernitskii, Bidyon, Concise encyclopedia on supersymmetry and noncommutative structures in mathematics and physics, Eds. P.Fayet, J.Gates, S.Duplij, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, в печати.
- [14] A.A. Chernitskii, Bidyon or an electromagnetic model for charged particle with spin, hep-th/0002083.
- [15] A.A. Grib, W.A. Rodrigues, Jr., Nonlocality in quantum physics, Kluwer Academic - Plenum Publisher, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow (1999).